

F-Praktikum Ia/c
Experimentelle Physik
Relativistische Massenzunahme des
Elektrons
SPEAR-Detektor*

Klaudia Herbst Manfred Thomann

04.02.2004

*Wir erklären, dass wir dieses Protokoll eigenhändig anhand unseres Messprotokolls und der angegebenen Literatur erstellt haben.

In diesem Versuch untersuchen wir das relativistische Verhalten, und die damit verknüpfte Massenzunahme der Elektronen beim Compton-Effekt. Nach Einsteins spezieller Relativitätstheorie erfahren Teilchen mit endlicher Ruhemasse m_0 , die auf Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt werden, eine Massenzunahme. Um diese Massenzunahme zu dokumentieren nehmen wir die γ -Spektren verschiedener Präparate mit einem Halbleiterdetektor auf.

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	1
1.1	Photoeffekt	1
1.2	Compton-Effekt	1
1.3	Paarbildung	1
1.4	Herleitung	2
2	Durchführung	2
2.1	Versuchsaufbau	2
3	Auswertung	3
3.1	Kanal - Energie Eichung	3
3.2	Bestimmung der Comptonkanten	3
3.3	Relativistische Massenzunahme des Elektrons	5
4	Fehlerbetrachtung	5
4.1	Ablesefehler	5
4.2	Fehler bei der Impulsbestimmung	5
4.3	Fehler bei der Bestimmung der γ	6

Abbildungsverzeichnis

1	Kanal-Energie Eichung graphisch	4
2	Impulse (klassisch, relativistisch und gemessen) gegen die Energie	6
3	relative Massenzunahme gegen die Energie	7
4	^{22}Na	8
5	^{54}Mn	9
6	^{60}Co	10
7	^{137}Cs	11

Tabellenverzeichnis

1	Kanal-Energie Eichung	3
2	Liste der Comptonkanten	3
3	Zusammenfassung	5

1 Theoretische Grundlagen

Bei der Wechselwirkung energiereicher elektromagnetischer Strahlung, in unserem Fall die nachzuweisenden Gammaquanten, mit Materie spielen drei Prozesse eine große Rolle. Dabei handelt es sich um den Photoeffekt, die Comptonstreuung und die Paarbildung.

1.1 Photoeffekt

Dieser Effekt ist bei niedrigen Energien dominierend, und verdeutlicht auf sehr anschauliche Weise die Quantennatur des Lichts.

Werden metallische Oberflächen mit kurzwelligem Licht (bei manchen Materialien ist sichtbares Licht schon ausreichend) bestrahlt, so wird ein Gammaquant durch das Herauslösen eines Hüllenelektrons aus dem Detektormaterial vollständig umgesetzt. Einem Abbremsen innerhalb des Detektors ausgesetzt, entstehen weitere Elektron-Ion-Paare, so dass die Gammaquantenergie vollständig im Detektorvolumen umgesetzt wird.

Die maximale Energie dieser ausgeschlagenen Elektronen ist von der Wellenlänge des Lichts abhängig, nicht aber von seiner Intensität.

1.2 Compton-Effekt

Unter dem Comptoneffekt versteht man die Streuung von Licht an freien oder schwach gebundenen Elektronen. Dieser Effekt ist besonders im Röntgenbereich ausgeprägt. Die einfallende Lichtwelle regt Elektronen in den Atomen zu erzwungenen Schwingungen an. Einfacher ausgedrückt trifft ein hochenergetisches Photon ein ruhendes Elektron. Dabei gibt das Photon einen Teil seiner Energie an das Elektron ab, deutlich wird dies an der sich verändernden Frequenz ν des Photons, welche um den Betrag des Energieverlustes verringert wird. Dies folgt bekanntlich aus der Planck'schen These $E = h\nu$. Der Energieverlust ist vom Streuwinkel abhängig, und ist im Fall des zentralen Stoßes maximal. Da das Elektron als quasifrei angenommen wird, verliert es im Gegensatz zum Photoeffekt nur einen Teil seiner Energie.

Da das Elektron als geladenes Teilchen das Detektorvolumen nicht ohne Wechselwirkung verlassen kann, wird der Energieübertrag direkt detektiert. Der Betrag wird auch dann registriert, wenn das Gammaquant das Volumen nach dem Stoß ohne weitere Wechselwirkungen verlässt. Sollte das Gammaquant jedoch wechselwirken, so verbleibt effektiv gesehen die gesamte, von ihm mitgebrachte, Energie im Detektor und trägt zum Photopeak bei.

1.3 Paarbildung

Trifft ein Gammaquant auf einen Atomkern, so wird ein Teil seiner Energie durch Bildung eines Elektron-Positron-Paares umgesetzt. Dieser Prozess wird als Paarbildung

bezeichnet. Damit dieser Prozess von statten gehen kann muss die Energie größer als die Ruhemasse der gebildeten Teilchen sein. Das heißt $E_\gamma > 2m_0c^2 \approx 1022\text{keV}$, was aus Gründen der Energieerhaltung folgt.

Sobald sich das Elektron-Positron-Paar im Detektor befindet, wird das Positron mit einem im Detektorvolumen enthaltenen Elektron unter Aussendung zweier Gammaquanten vernichtet. Jeder dieser Gammaquanten besitzt eine Energie von $E_\gamma = 511\text{keV}$. Je nachdem wieviele dieser Quanten den Detektor verlassen tragen sie entweder zum Photopeak (dabei verbleiben beide im Detektor) oder zu einem der beiden Escape-Peaks (511 keV bzw. 1022 keV) bei. Weiterhin kann ein Vernichtungspeak detektiert werden, hierbei handelt es sich um Vernichtungsquanten die außerhalb des Detektorvolumens entstehen.

1.4 Herleitung

Eine Aufgabe besteht in der Herleitung der Beziehung

$$E_{kin} = \frac{p^2}{m + m_0}.$$

Nach der Einsteinschen Beziehung der Energie gilt für die kinetische Energie eines Teilchen mit Ruhemasse m_0 , der Masse m bei E_{kin} und dem Impuls p :

$$mc^2 = E_{ges} = c\sqrt{m_0^2c^2 + p^2}.$$

Weiterhin gilt: $m^2c^2 = m_0^2c^2$, womit die Beziehung

$$\begin{aligned} p^2 &= (m^2 - m_0^2)c^2 \\ &= (mc^2 - m_0c^2)(m + m_0) \\ &= (E_{ges} - E_{ruh})(m + m_0) \\ &= E_{kin}(m + m_0) \end{aligned}$$

gezeigt wird. Stellt man diese Gleichung nun nach E_{kin} um erhält man die zu beweisende Relation.

2 Durchführung

2.1 Versuchsaufbau

Im Gegensatz zu den Gruppen vor uns durften wir einen neuen Halbleiterdetektor verwenden. Dabei handelte es sich um den SPEAR-Detektor. SPEAR steht für Single Point Extended Area Radiation. Der Detektor ist ein $5 \times 5 \times 5\text{mm}^3$ CdZnTe Detektor, der nur 89 mm lang ist. Dieser Detektor wurde von uns auf die zu untersuchenden Präparate gestellt. Bei diesen Präparaten handelte es sich um Natrium-22, Mangan-54, Cobalt-60

und Cäsium 137.

Das Energiesignal des Halbleiterdetektors wurde mit einem Vielkanalanalysator spektral zerlegt, und zur Weiterarbeit an ein Notebook übertragen.

3 Auswertung

3.1 Kanal - Energie Eichung

Um den Kanälen des Detektors Energien zuzuordnen zu können müssen diese zunächst geeicht werden. Dafür verwenden wir die bekannten Energien der Photopeaks.

Isotop	Energie [keV]	Kanal
²² Na	511	455
²² Na	1275	1220
⁵⁴ Mn	835	782
⁶⁰ Co	1173	1120
⁶⁰ Co	1333	1275
¹³⁷ Cs	662	620

Tabelle 1: Kanal-Energie Eichung

Trägt man diesen Zusammenhang graphisch auf erhält man Abbildung 1. Durch lineare Regression erhält man die Gleichung:

$$E [keV] = 46,127 [keV] + 1,0074 x [Kanal]$$

3.2 Bestimmung der Comptonkanten

Die Bestimmung der Comptonkanten ist bei den Isotopen von Kobalt und Mangan sehr schwer. Bei diesen Isotopen haben wir nur eine geringe Anzahl von Impulsen, die detektiert wurden. Die Folge davon ist, daß wir bei Kobalt auf eine Bestimmung der Comptonkanten verzichtet haben, da der Betrag des Rauschens zu groß ist. Bei den anderen Isotopen ergaben sich folgende Werte:

Isotop	Kanal	Energie [keV]	ΔE
²² Na	300	348,3	28,7
²² Na	1007,5	1061,1	13
⁵⁴ Mn	587	637,5	20
¹³⁷ Cs	436	485,4	24,6

Tabelle 2: Liste der Comptonkanten

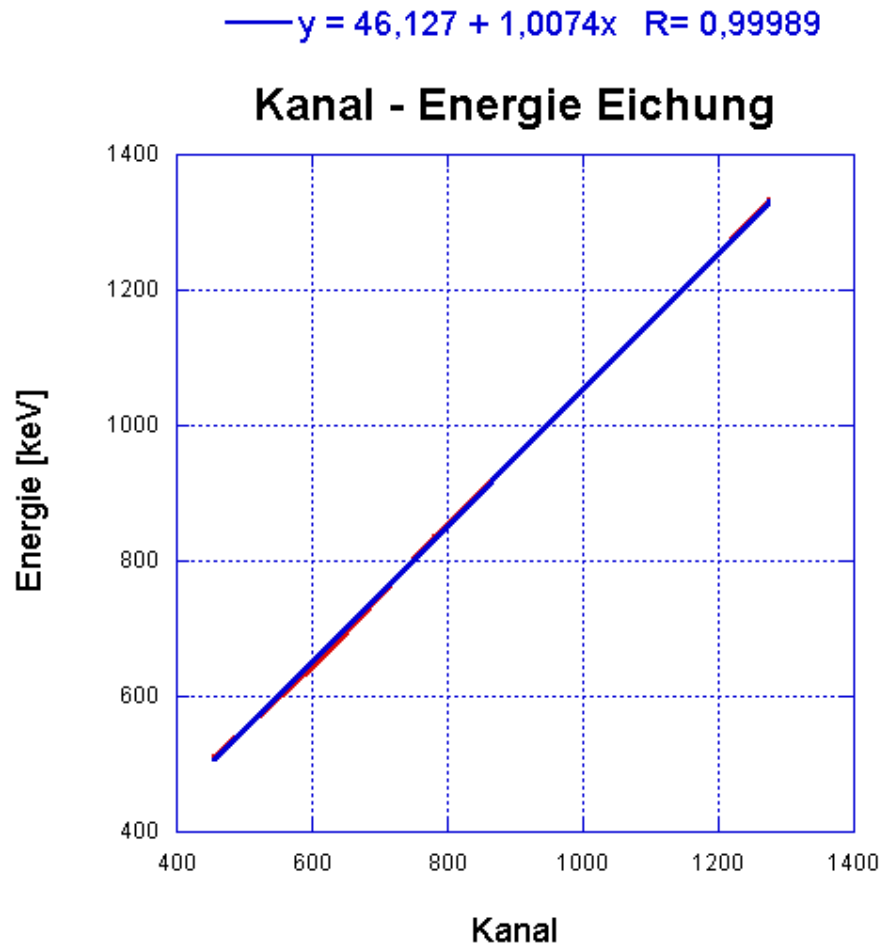


Abbildung 1: Kanal-Energie Eichung graphisch

3.3 Relativistische Massenzunahme des Elektrons

Zur Bestimmung der relativistischen Massenzunahme benötigt man die Energie der Elektronen - Energie der Comptonkanten - und der zugehörigen Gammaquanten - Energie der Photopeaks. Diese Werte setzt man dann in die gegebene Formel

$$\gamma = \frac{(2E_\gamma - E_e)^2}{m_0c^2 \cdot E_e} - 1$$

ein und erhält:

Isotop	E_γ [keV]	E_e [keV]	γ	$\Delta\gamma$
^{22}Na	511	348,3	1,55	0,43
^{22}Na	662	1061,1	1,84	0,31
^{54}Mn	835	637,5	2,27	0,23
^{137}Cs	1275	485,4	3,09	0,12

Tabelle 3: Zusammenfassung

4 Fehlerbetrachtung

4.1 Ablesefehler

Sowohl bei der Bestimmung der Kanäle der Photopeaks als auch der Comptonkanten nehmen wir einen Fehler von 10 Kanälen an. Der Fehler bei den Photopeaks verändert die Gleichung für das Kanal-Energie Verhältnis und verändert dadurch zusätzlich die Energien der Comptonkanten. Die Abweichungen sind in Tabelle 2 eingetragen.

4.2 Fehler bei der Impulsbestimmung

Bei der Bestimmung des Impulsfehlers wird der Fehler der Comptonenergien durch die Gaußsche Fehlerfortpflanzung einbezogen. Dabei nehmen wir die Energien der Photopeaks als nicht fehlerbehaftet an. Dann folgt:

$$\Delta \frac{p_e^2}{2m_0} \leq \Delta E_e \left| \frac{\partial}{\partial E_e} \frac{4E_\gamma - 4E_\gamma E_e + E_e^2}{2m_0c^2} \right| = \Delta E_e \frac{2E_\gamma - E_e}{m_0c^2}$$

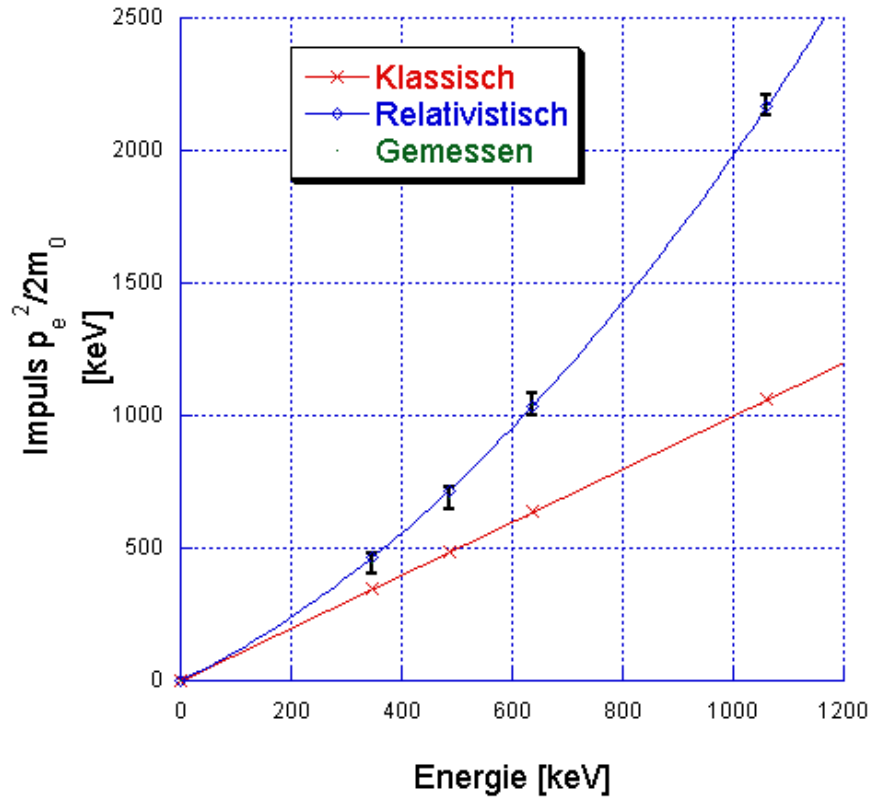


Abbildung 2: Impulse (klassisch, relativistisch und gemessen) gegen die Energie

Die Fehlerbalken sind in Abbildung 2 zu sehen.

4.3 Fehler bei der Bestimmung der γ

Auch hier wird wieder nur die Energie der Comptonkanten als fehlerbehaftet angenommen. Mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung folgt dann:

$$\begin{aligned} \Delta\gamma &\leq \Delta E_e \left| \frac{1}{m_0 c^2} \frac{\partial}{\partial E_e} \left(\frac{4E_\gamma^2}{E_e} - 4E_\gamma + E_e - m_0 c^2 \right) \right| \\ &\leq \frac{\Delta E_e}{m_0 c^2} \left(\frac{4E_\gamma^2}{E_e^2} - 1 \right) \end{aligned}$$

Die sich ergebenden Fehler sind in der Tabelle 3 zu finden und sind als Fehlerbalken in Abbildung 3 zu sehen.

Anschließend die Aufnahmen der verschiedenen Isotope:

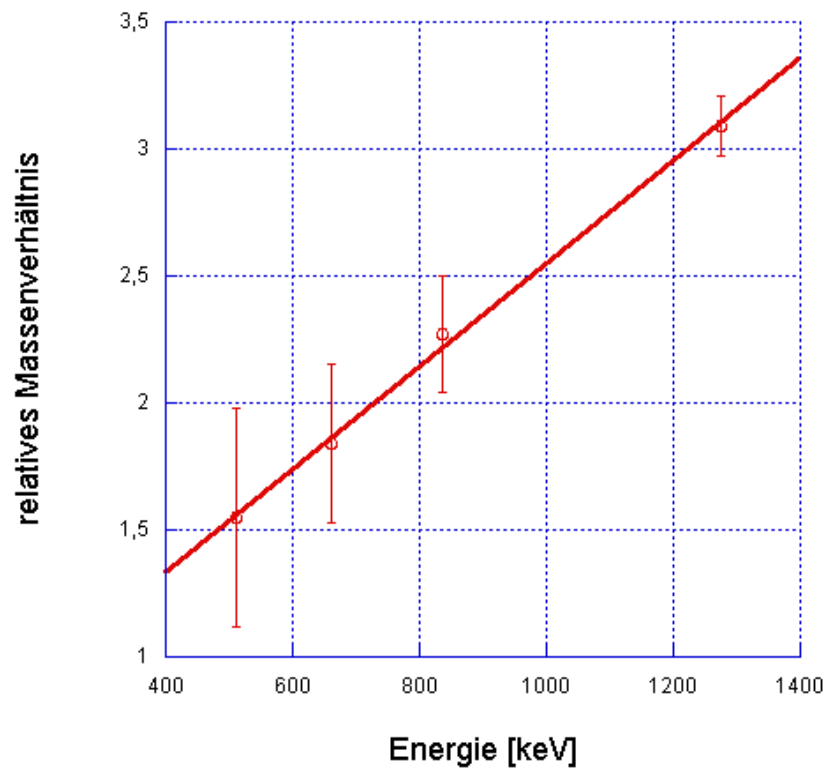


Abbildung 3: relative Massenzunahme gegen die Energie

Na22 SPEAR

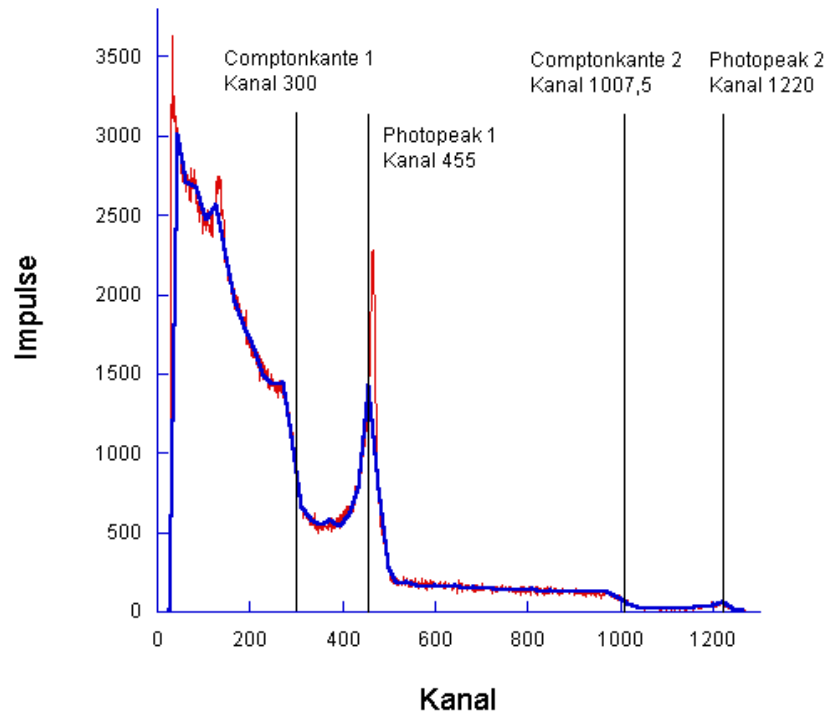


Abbildung 4: ^{22}Na

Mn54 SPEAR

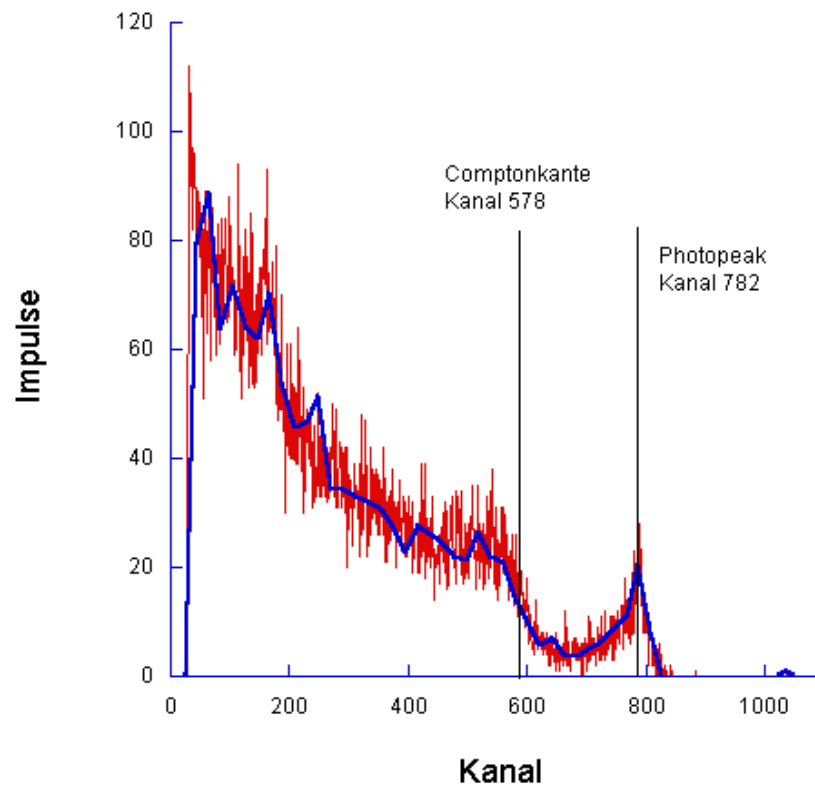


Abbildung 5: ^{54}Mn

Co60 SPEAR

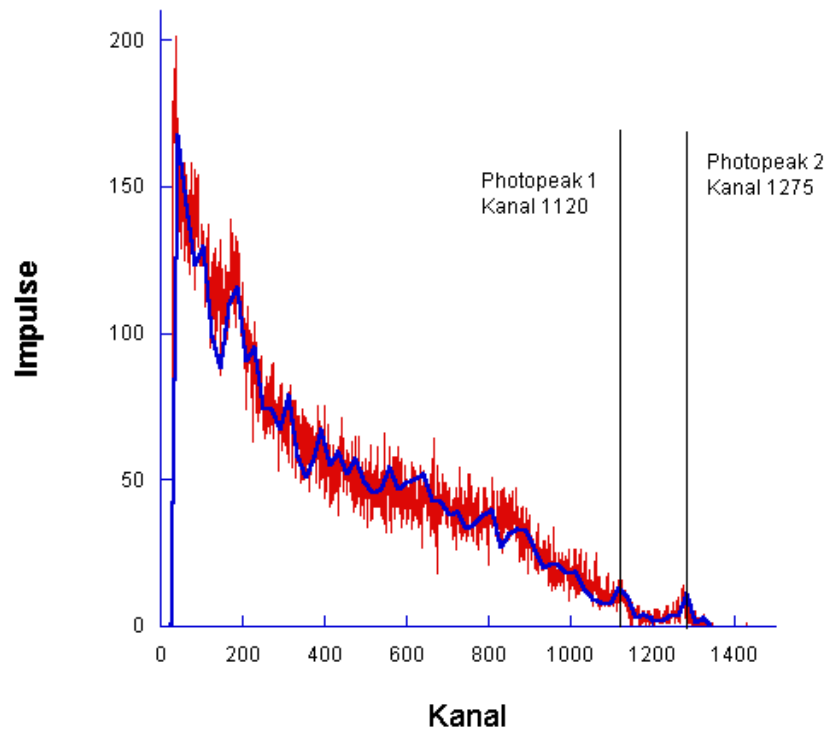


Abbildung 6: ^{60}Co

Cs137 SPEAR

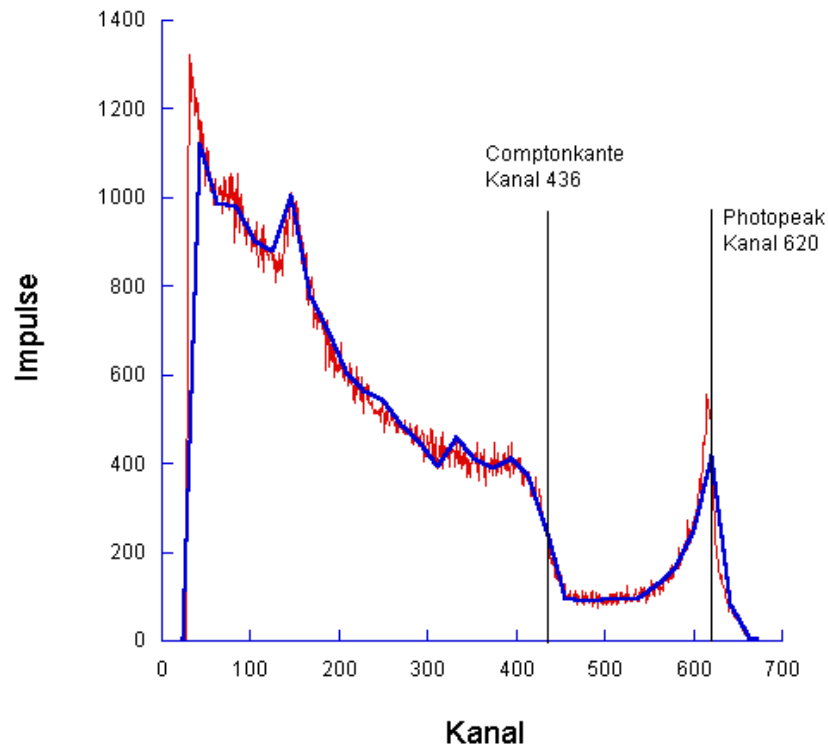


Abbildung 7: ^{137}Cs